ARCH 模型族在深圳成指中的应用

丁扬恺

(浙江师范大学数理信息学院，浙江金华，321004)

摘要：金融资产收益率一直是经济研究人员和投资者关注的焦点，ARCH 及 GARCH 模型族可以较好地拟合金融资产收益率序列存在的尖峰厚尾、波动聚集性以及杠杆效应等特征。本文收集深圳成指(399001)二十年的日收盘价，通过 GARCH-M 模型论证了市场中预期风险增加一个单位，就会导致其收益率相应增加 0.112 个百分点，收益率的波动冲击影响会持续很长一段时间。利用 EGARCH 模型说明深圳成指收益率存在着信息不对称性，利空信息的冲击使得波动的变化更加大一些。同时根据相应的统计检验量，发现 EGARCH 模型比 GARCH-M 模型具有更好的拟合度，故实际中投资者应选用 EGARCH 模型预测深证成指的收益率。

关键词：ARCH 效应；随机游走模型；GED 分布；尖峰厚尾；波动聚集性；杠杆效应

中图分类号：F830.91 **文献标识码**：A **文章编号**：1672-3104(2012)01−0131−05

随着金融市场的急剧发展，大量的理论和实证研究发现了金融资产的收益率和波动率的一些特征，这些金融资产的波动率在期权定价以及金融风险管理等领域有着重要的作用。然而，我们在研究金融市场时却发现，大多数时间序列的误差项序列线性无关，这就使得经典的最小二乘法失效。1982 年 Engle 提出了自回归条件异方差模型[1−2]，1986 年 Bollerslev 提出了广义 ARCH 模型[3]，他们均很好地模拟了这种波动性。考虑到金融资产中收益率与风险成正比，即风险越大，收益率就越高，人们在 GARCH 模型的基础上，引进了 GARCH-M 模型[4]。为了贴近现实，人们还提出了 EGARCH 模型[5]，因为金融资产的价格下跌比相同幅度的价格上涨对资产价格波动的冲击更大，人们通常认为负的冲击比正的冲击对收益率的波动影响更大[6−7]。此外，CARCH 模型[8]可以很好地模拟条件方差的均值。如今 ARCH 模型族已成为衡量金融市场波动性的强有力工具。

一 、金融时间序列模型概述

1. ARCH 模型

ARCH 模型的主要思想是：扰动项 μ_t 的条件方差依赖于它的前期值 μ_{t-1} 的大小。假设预测误差 y_t 为实随机变量，随机误差项的条件方差与其误差项滞后的平方有关，则一个 ARCH(p)过程如下：

$$\begin{cases} y_t = \gamma_0 + \gamma_1 x_{1t} + \ldots + \gamma_k x_{kt} + u_t \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_p u_{t-p}^2 \end{cases}$$

若检验模型估计结果所得的残差序列的条件方差存在上面的形式，则表明其具有 ARCH 效应。

2. GARCH 模型

GARCH 模型在误差项的条件方差中加上了误差项条件方差的滞后项，从而可以体现更为灵活的滞后结构。GARCH(p, q)的方差方程定义为：

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q u_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_p \sigma_{t-p}^2$$

其中，$\sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{j=1}^{p} \beta_j = 1$

因此 GARCH(1, 1)模型为：

$$\begin{cases} y_t = \gamma_1 x_t + u_t^2 \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \end{cases}$$

GARCH 模型的优点在于它考虑到了金融事件序列的波动集群性，并且可以有效地排除资产收益率中的过度峰值(Excess kurtosis)。为了准确表示金融中高风险高回报，将金融资产收益率的条件方差引入到

收稿日期：2011−05−30；修回日期：2011−06−03
作者简介：丁扬恺(1988−)，男，浙江绍兴人，浙江师范大学硕士研究生，主要研究方向：金融统计分析.

GARCH 模型的均值方程中，得到 GARCH-M 模型：

$$\begin{cases} y_t = \gamma_1 x_t + \delta\sigma_t + u_t^2 \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \end{cases}$$

条件方差 σ_t 代表了期望风险的大小。所以 GARCH-M 模型适合描述一些期望回报与期望风险密切相关的金融资产。

3. EGARCH 模型

EGARCH 模型被称为指数 GARCH 模型。为了简单说明，考虑 EGARCH(1, 1)模型，其将条件方差设定为如下形式：

$$In(\sigma_t^2) = \omega + \beta In(\sigma_{t-1}^2) + \gamma \frac{u_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \alpha \frac{|u_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}}$$

上式即使参数估计是负数，条件方差 σ_t^2 仍然是正数。如果参数 γ<0，则表明存在杠杆效应；如果参数 γ=0，则表明不存在非对称效应。

二、实证分析

本文选取深证成指(399001)日收盘价作为研究对象，数据截取时间自 1991 年 11 月 4 日到 2011 年 5 月 16 日，总共 4 760 个数据，数据来源于中信金通证券有限责任公司。

为了减少估计时的舍入误差，我们取深证成指日收盘价的自然对数序列，建立随机游走模型 $\text{In}(szcz_t) = \alpha + \beta \text{In}(szcz_{t-1}) + u_t$，用 Eviews6.0 得如下模型估计结果：

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.007 118	0.004 150	1.715 207	0.086 4
INSZCZ(−1)	0.999 205	0.000 501	1 994.245	0.000 0

即：

$$\text{In}(szcz_t) = 0.007\ 118 + 0.999\ 205\text{In}(szcz_{t-1}) + u_t$$

其中 R^2=0.998 805。图 1 给出了深证成指日收盘价的自然对数收益率时序($r_t = \log(szcz_t) - \log(szcz_{t-1})$)。

从图 1 中可以看到，回归方程的残差表现出波动“聚集性”，即大的波动后面常常伴随着较大的波动，较小的波动后面的波动也较小，残差序列的这种特性表明其可能存在条件异方差性，即 ARCH 效应。接下来我们采用 ARCH-LM 检验该随机游走模型残差的 ARCH 效应。

图 2 中 F 统计量=41.10 343，其概率值 P 非常小，表明检验辅助回归方程中的所有滞后残差平方项是联合显著的；ARCH 效应的检验统计量是 Obs*R-squared，其值等于 703.201 3，相应的概率值 P 非常小，即可认为残差序列存在条件异方差。下面用 GARCH-M 模型、EARCH 模型分别来刻画这种特性。

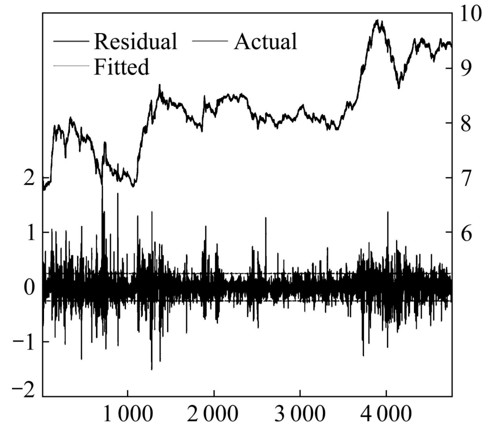

图 1 深证成指日收盘价的自然对数收益率时序

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	41.103 43	Prob. F(20, 4 718)	0.000 0
Obs*R-squared	703.201 3	Prob. Chi-Square(20)	0.000 0

图 2 深证成指日收盘价(ARCH-LM 检验)

首先根据收益率 r 的分布直方图 3，深圳成指收益率序列具有尖峰(Kurtosis=9.324 43>3)，非对称性(Skewness=0.197>0)，以及零均值(对均值为零做假设检验)等特征，这些特征对一般金融资产收益率也是普遍存在的。由于深圳成指收益率表现出“尖峰厚尾”，即比正态分布具有更厚的“尾巴”，所以对 μ_t 用 GED 分布(广义误差分布)能够比正态分布假设更好地描述收益率序列的这种厚尾特征。假设投资者应该为承担额外的风险而获得更高的收益，我们将深圳成指收益率的条件方差引入到 GARCH 模型的均值方程中，得到 GARCH-M(1，1)的估计结果，见表(1)。

估计出的方程的所有系数都很显著，并且 ARCH 及 GARCH 项之和接近于 1，即收益的波动冲击影响会持续很长一段时间才会逐渐衰减；其次均值方程中的 σ_t 的系数 δ 为 0.112 480，表明市场中的预期风险增加一个单位，就会导致收益率也相应地增加 0.112 480 个百分点。同时还可以画出 GARCH-M 模型的条件方差(见图 4)。从图 4 中看到从 700~1 400 时间段(即 1994

年 7 月 28 日至 1997 年 6 月 23 日)条件方差较大，从而表明深圳成指在这段时间内存在较大波动；从 1 401~4 000(即 1997 年 6 月 21 日至 2008 年 3 月 28 日)条件方差波动较小。

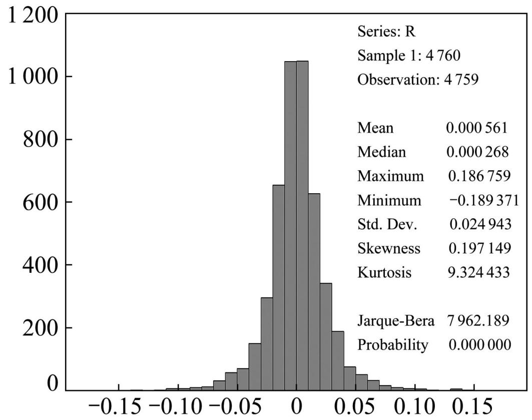

图 3　深证成指日收盘价分布直方图

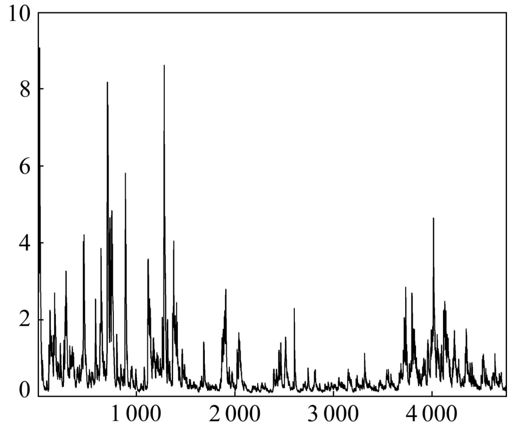

图 4　深证成指日收盘价的条件方差

尽管 GARCH-M 模型能够很好地解释深圳成指收益率序列的波动“聚集性”，但它不能解释深圳成指收益率序列存在的“杠杆效应”，即利空消息(收益率的下跌)是否比同样程度的利好消息(收益率的上涨)产生更大的波动。因此需利用 ARCH 模型族中的 EGARCH 模型来合理检验深圳成指收益率的“杠杆效应”，见表 2。

由表(2)可以看出，α 的估计值为 0.270 791，非对称项 γ 的估计值为−0.018 678，两者的统计量都很显著。当 μ_{t-1}>0(利好消息)时，该信息冲击对条件方差的对数有一个 0.270 791+(−0.018 678)=0.252 1 倍的冲

表 1

Dependent Variable: R
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution
Date: 05/16/11　　Time: 16:44
Sample (adjusted): 2 4760
Included observations: 4759 after adjustments
Convergence achieved after 24 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)

GARCH = C(3) + C(4)*RESID(−1)^2 + C(5)*GARCH(−1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
@SQRT(GARCH)	0.112 480	0.038 931	2.889 180	0.003 9
C	−0.001 826	0.000 755	−2.418 569	0.015 6
Variance Equation				
C	1.09E-05	9.73E−07	11.202 88	0.000 0
RESID(-1)^2	0.128 126	0.006 286	20.383 14	0.000 0
GARCH(-1)	0.860 702	0.004 945	174.043 6	0.000 0

R-squared	0.001 401	Mean dependent var	0.000 561
Adjusted R-squared	0.001 191	S.D. dependent var	0.024 943
S.E. of regression	0.024 928	Akaike info criterion	−4.881 979
Sum squared resid	2.956 049	Schwarz criterion	−4.875 184
Log likelihood	11 621.67	Hannan-Quinn criter.	−4.879 591
F-statistic	1.668 627	Durbin-Watson stat	2.080 037
Prob(F-statistic)	0.154 316		

表 2

Dependent Variable: R				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Generalized error distribution (GED)				
Date: 05/16/11 Time: 19: 12				
Sample (adjusted): 2 47 60				
Included observations: 4 759 after adjustments				
Convergence achieved after 11 iterations				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
LOG(GARCH) = C(1) + C(2)*ABS(RESID(−1)/@SQRT(GARCH(−1))) + C(3) *RESID(−1)/@SQRT(GARCH(−1)) + C(4)*LOG(GARCH(−1))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	−0.424 494	0.042 099	−10.083 27	0.000 0
C(2)	0.270 791	0.018 468	14.662 43	0.000 0
C(3)	−0.018 678	0.010 320	−1.809 784	0.070 3
C(4)	0.971 395	0.004 686	207.286 4	0.000 0
GED ARAMETER	1.278 989	0.024 841	51.487 31	0.000 0

R-squared	−0.000 505	Mean dependent var	0.000 561
Adjusted R-squared	−0.000 295	S.D. dependent var	0.024 943
S.E. of regression	0.024 947	Akaike info criterion	−4.958 177
Sum squared resid	2.961 692	Schwarz criterion	−4.951 382
Log likelihood	11 802.98	Hannan-Quinn criter.	−4.955 790
Durbin-Watson stat	2.077 300		

击；而当 μ_{t-1}<0(利空消息)时，它给条件方差的对数带来的冲击为 0.270 791+(−0.018 678)*(−1)= 0.289 5 倍。

为了清晰地表明利好消息与利空消息冲击的影响，我们根据 EGARCH 模型的结果，绘制出相应的信息影响曲线，见图 5。从图 5 中可以看到，这条曲线在信息冲击小于 0 时(代表利空消息)比信息冲击大于 0(代表利好消息)稍微陡峭点。这就说明了利空消息的冲击使得波动性的变化更加大一些。

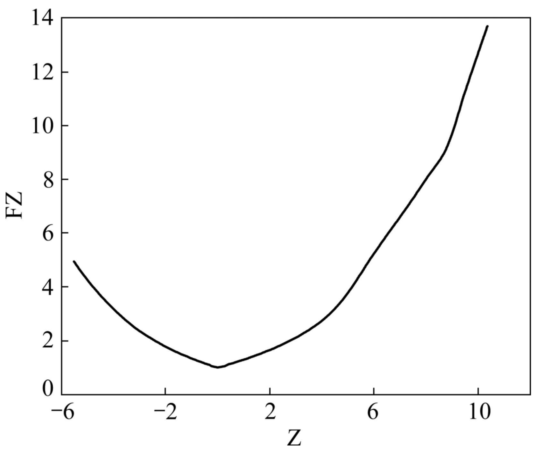

图 5 深证成指日收盘价的信息冲击曲线

三、结语

以深圳成指 1991 年 11 月 4 日至 2011 年 5 月 16 日收盘价为样本，对 ARCH 效应、波动聚集性、杠杆效应分别进行合理的模型分析中可以得出以下结论。

首先，深圳成指价格波动非常大，呈现非正态分布，具有非对称性及波动集簇性；其次深圳成指具有明显的 ARCH 效应，用 GARCH-M 模型估计可知当市场中的预期风险增加一个单位，就会导致收益率也相应地增加 0.112 480 个百分点，收益的波动冲击影响会持续很长一段时间之后才会逐渐衰减。再次，通过 EGARCH 模型分析可知利空消息的冲击使得波动性的变化更加大一些，这也为之后更好地运用 VAR 等工具进行期货市场的风险管理奠定了较好的基础。最后我们发现，GARCH-M 模型的对数似然值为 11 621.67，AIC 为−4.881 9，SC 为−4.875 1；而 EGARCH 模型的对数似然值为 11802.98，AIC 为−4.958 1，SC 为−4.951 3。故实际中投资者应选取 EGARCH 模型对深圳成指的预测较为理想。

参考文献：

[1] Engle, Robert. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K [J]. Econometrica, 1982(50): 987−1008.

[2] Engle, RUSSELL J. Autoregressive conditional duration: a new model for irregular spaced transaction data [J]. Econometrica, 1998(66): 1127−1162.

[3] Bollerslev, Tim. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity [J]. Journal of Economics, 1986(31): 307−327.

[4] 万蔚. 我国沪, 深股市的波动性研究—基于 GARCH 族模型[J]. 价值工程, 2007(10): 14−18.

[5] 邓尧天, 杜子平. EGARCH 模型在同业拆借利率预测中的应用[J]. 湖北民族学院学报, 2007, 25(2): 234−237.

[6] 杨妍妍, 岳宏远. 我国中小企业板非对称性的实证研究[J]. 时代金融, 2008(4): 51−53.

[7] 吴毅芳, 彭丹. 我国股票市场价格波动的非对称性及其国际比较[J]. 中南大学学报(社会科学版), 2007, 13(5): 568−572.

[8] EVDOKIA X, STAVROS D. ARCH Models for Financial Applications [M]. Athens University of Economics and Business, Greece, 2010: 19−55.

Application of ARCH Model in Shenzhen Stock Index

DING Yangkai

(Department of Mathematics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

Abstract: Financial asset yield alwalys has been the focus on economic researchers and investors, which can be fitted well by the models of ARCH and GARCH, with its features of leptokurtosis, volatility clustering and leverage effects. This paper collects twenty years close in Shenzhen stock index (399001). GARCH-M model demonstrates that the increase of the expected risk I a unit will lead to asset yield corresponding increasing 0.112 percentage points, and volatillity impact will last for a long time. EGARCH model demonstrates that Shenzhen index has the asymmetric information. Bad information impact makes the larger changes in volatility. In short, we find EGARCH model has better fiting degree than GARCH-M model by corresponding statistical test. Therefore, investors should use EGARCH model to predict Shenzhen Stock Index in practice.

Key Words: ARCH effects; Random-walking model; GED distribution; leptokurtosis; volatility clustering; leverage effects

[编辑：汪晓]