逻辑演算与形式化方法

孙明湘, 李霞飞

(中南大学政治学与行政管理学院, 湖南长沙, 410083)

摘要: 逻辑演算对推理形式有效性的研究, 比传统逻辑更抽象、更严格, 其原因是形式化方法的运用。形式化方法包括构造形式系统(语法的)和对该系统进行解释(语义的)两个阶段。以一阶逻辑演算 K_L 系统为例, 形式化方法的前期阶段, 又包括符号化和系统化两个步骤: 符号化是用特制的人工语言符号将推理形式或演绎关系公式化; 系统化是在符号化基础上构造形式系统, 即用系统给定的公理和变形规则推导出一系列定理的形式证明系统, 这是逻辑演算的主要内容。形式化方法的后期阶段或第三步骤是对系统的解释, 也称模型化。经过解释, 该系统的符号、公式有了内涵, 从而就有了更普遍的适用价值。纯形式的逻辑演算的性质、意义和作用也因此变得十分清晰。

关键词: 逻辑演算; 形式化; 形式系统; 解释

中图分类号: B813; O141　　**文献标识码:** A　　**文章编号:** 1672-3104(2003)01-0021-05

逻辑就是对形式正确的推理关系进行可靠且完全刻画的形式系统[1]。这里的逻辑是指数理逻辑。无论是数理逻辑(现代逻辑)或是传统逻辑, 都是以推理形式(也称推理的形式结构)的正确性或有效性(即能否保证由真的前提推出真的结论, 能保证的为有效推理形式, 否则为无效式)为研究对象, 它们基本的区别在于研究方法的不同, 前者是形式化的, 后者是非形式化的。所谓形式化, 是用一套特制的人工符号(形式语言)来表示概念、命题和推理, 并将一定范围内的所有正确的推理形式(逻辑规律)都汇集在一个整体中。或者说, 在这个整体中, 给出几个初始的符号公式和变形规则, 通过公式的变形, 可得出许多甚至无穷多新的公式, 这些新公式经过解释都是正确的(可靠的)、无遗漏的(完全的)推理形式。这个整体就是逻辑的形式系统, 也称逻辑演算。

逻辑演算, 通常称一阶逻辑(包括命题演算和谓词演算, 它是现代逻辑科学体系中最基础的部分)。其形式化程序"总是按如下顺序形成的: 先确定有意义的符号, 然后从符号中抽象掉意义并用形式化方法构成系统, 最后对这个所构成的系统作一种新的解释。"[2]本文根据这形式化程序的三大步骤, 即符号化、系统化、解释, 反馈一阶逻辑的形式化过程, 以期对逻辑演算和形式化方法有一简明的认识。

一、符号化

逻辑演算的形式化过程的第一步是符号化。所谓符号化, 就是用人工符号将命题或推理形式公式化。任一命题或推理形式都由两个要素构成: 非逻辑概念和逻辑概念。前者指命题或推理中的素材, 在推理形式中其意义是不确定的、可变的, 通常称变项。逻辑学研究推理形式就必须舍弃素材, 引入变项, 随着变项的引入, 变项也就符号化了。后者是表示命题或推理的逻辑性质的、能把不同的命题或推理形式区别开来的词项, 它在推理形式中有确定的含义, 通常称常项。只有将其符号化, 才能将命题或推理形式公式化, 最终能进行形式证明。

首先, 我们给出一阶逻辑命题或推理形式要素: 逻辑项和非逻辑项的清单, 并将其符号化。

逻辑项:

命题联结词, "并且""或者""如果, 则""当且仅当""并非", 分别符号化为: $\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$、$\leftrightarrow$、$\neg$; 其中符号"$\rightarrow$"同时也是对推理关系词"因为, 所以"的抽象, 即既可表示命题间的蕴涵关系, 也可表示命题间的"推出"关系。

量词, "所有"(全称量词)、"有些"(存在量词)分别符号化为: $\forall$或$\forall x$、$\exists$或$\exists x$;

收稿日期: 2002-05-16

作者简介: 孙明湘(1955-), 男, 辽宁新民人, 中南大学副教授, 主要研究方向: 逻辑学, 哲学.

非逻辑项:

个体词,分为个体常项(个体域中确定的个体)和个体变项(个体域中不确定的个体),分别符号化为: a, b, c …; x, y, z …;

谓词,分为一元谓词(表示个体的性质)和 n 元谓词(表示 n 个个体间的关系),分别符号化为: G, H, E …; G_n, H_n, E_n …;

命题变项,符号为 p, q, r …;

其次,运用括号(称辅助性符号,用于区分较复杂公式的层次)将上两类符号组成命题公式(若带有量词的则称量词公式)。基本的公式是: $p\wedge q$(合取式), $p\vee q$(析取式), $p\rightarrow q$(蕴涵式), $p\leftrightarrow q$(等值式), $\neg p$(否定式), $\forall xFx$, $\exists yFy$, $\forall x\exists yRxy$, $\forall x(Sx\rightarrow Px)$, $\exists x(Sx\wedge Px)$ …。在此基础上,可构造任意复杂的公式,如:命题演算的公式 $(p\rightarrow q)\rightarrow(\neg q\rightarrow\neg p)$;谓词演算的公式 $\forall x\forall y\forall z(Fxy\wedge Fyz\rightarrow Fxz)$ 等(有关公式的定义可见将给出的形式系统的形成规则)。

再次,根据其逻辑性质(真值关系)的不同,所有的逻辑演算公式可区分为 3 种不同的类型:重言式(普效式)、矛盾式(不可满足式)和可真式。其中重言式或普效式最重要,每一个普效式都是对形式正确的推理关系的反映(见"解释"部分),也即一条推理规则,它能保证由真的前提推出真的结论。以下是一些用公式表示的基本的推理规则:

1) 肯定式(MP): $((p\rightarrow q)\wedge p)\rightarrow q$

2) 分解式(Simp): $(p\wedge q)\rightarrow p$

3) 合成式(Conj): $(p, q)\rightarrow(p\wedge q)$

4) $\forall$消去(US): $\forall xFx\rightarrow Ft$(t 为任意个体符号)

5) $\forall$添加(UG): $Fx\rightarrow\forall vFv$(x 原是受全称量词约束的, v 为任意个体变项)

6) $\exists$消去(ES): $\exists xFx\rightarrow F\alpha$(α 为某个不确定的、先前未被指称过的个体)

7) $\exists$添加(EG): $Ft\rightarrow\exists xFx$(t 为任意个体符号)

至此,逻辑演算符号化的工作已完成,以下我们给出一形式证明的例子:"有个人(Mx)谁都看不起他(Rxy)。所以,至少有一个人看不起自己。"

将该推理符号化: $\exists x(Mx\wedge\forall y(My\rightarrow Ryx))\rightarrow\exists x(Mx\wedge Rxx)$

证明:

① $\exists x(Mx\wedge\forall y(My\rightarrow Ryx))$ P(前提)

② $M\alpha\wedge\forall y(My\rightarrow Ry\alpha)$ ①ES

③ $\forall y(My\rightarrow Ry\alpha)$ ②Simp

④ $M\alpha\rightarrow R\alpha\alpha$ ③US

⑤ $M\alpha$ ②Simp

⑥ $R\alpha\alpha$ ④、⑤MP

⑦ $M\alpha\wedge R\alpha\alpha$ ⑤、⑥Conj

⑧ $\exists x(Mx\wedge Rxx)$ ⑦EG 证毕。该推理有效。

二、系统化

逻辑演算的形式化过程的第二步,也是最关键的一步,就是系统化。所谓系统化,是将一范围内所有有效的推理形式构造成一形式系统,它包括形式语言和演绎装置两个部分。第一部分形式语言,包含两个构成要素:字母表和形成规则。字母表规定了一形式系统的初始符号,由它们可构成系统内所有公式,若要更经济地表达公式,通过定义可引进非初始符号;形成规则规定了由初始符号如何组成系统内的合式公式,它是关于公式的严格定义。第二部分演绎装置,包括公理和变形规则。公理是作为演绎出发点的初始公式(可空),当逻辑演算没有公理时,称自然演算,否则为公理演算。两种演算操作不同,功能是一样的。变形规则也即推理规则,它是保证由公理推出定理(推理有效式)的依据和方法。

以下给出一个较通行的一阶逻辑形式系统(K_L):

第一部分:形式语言(L)

(1) 初始符号

①命题变项: p_1, p_2, p_3 …;

②个体变项: x_1, x_2, x_3 …;

③个体常项(可能空): a_1, a_2, a_3 …;

④谓词: F_i^n(序数 i,主目元数 $n\geqslant 1$);

⑤函词(可能空): f_i^n($i, n\geqslant 1$);

⑥联结词: $\neg$, $\rightarrow$;

⑦量词: $\forall$;

⑧辅助性符号: (,);

(2) 形成规则

a. 项的形成规则

①个体变项和个体常项是项;

②如果 f_i^n 是函词符号,并且 $t_1, \dots, t_n$ 是项,则 $f_i^n(t_1, \dots, t_n)$ 是项。

③项仅由①和②生成。

b. 公式的形成规则

①如果 F_i^n 是谓词符号,并且 $t_1, \dots, t_n$ 是项,则 $F_i^n(t_1, \dots, t_n)$ 是公式。

②如果 A、B 是公式,则 $(\neg A)$, $(A\rightarrow B)$, $(\forall x_i)$

A 也是公式,$(\forall x_i)A$ 中的 x_i 是任意的个体变项。

③公式仅由①和②生成。(在含量词的公式中,量词后面的最短公式叫做该量词的辖域。处在量词辖域内的一切与量词里的变项相同的变项,叫做约束变项;不在任何量词的辖域内,或虽在量词的辖域内但与该量词内的变项不同的变项,叫做自由变项。含有至少一个自由变项的公式叫做开公式,不含自由变项的公式叫做闭公式。)

(3) 定义

①$(A \vee B) = df(\neg A \to B)$

②$(A \wedge B) = df\neg(A \to \neg B)$

③$(A \leftrightarrow B) = df(A \to B) \wedge (B \to A)$

④$(\exists x_i)A = df\neg(\forall x_i)\neg A$

第二部分:演绎装置

(4) 初始公式(公理模式)

①$A \to (B \to A)$

②$(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$

③$(\neg B \to \neg A) \to (A \to B)$

④$(\forall x_i)A(x_i) \to A(t)$,如果 $A(x_i)$ 是公式,t 是项并且在 $A(x_i)$ 对 x_i 自由。如果 x_i 在 A 中不自由出现,就写成$(\forall x_i)A \to A$。

⑤$(\forall x_i)(A \to B) \to (A \to (\forall x_i)B)$,如果 A 不含变项 x_i 的自由出现。

(5) 变形规则

①分离规则(MP):从 A 和 $A \to B$ 推出 B;

②概括规则(UG):从 A 推出$(\forall x_i)A$,其中 A 为任意公式,x_i 为任意个体变项。

(6) 定义

对证明、定理,演绎、后承,演绎定理(元定理)等基本语法概念定义如下:

1) 证明、定理:K_L(简为 K)中的一个证明是 L 中的一个公式序列 $A_1, \ldots, A_n$,使得对于每个 $i(1 \leqslant i \leqslant n)$,$A_i$ 是 K 的公理,或者是由序列前面的公式经使用变形规则而得到。如果公式 A 是 K 中构成一证明的序列的最后公式,则称 A 是 K 中的定理,记作$\vdash_K$(简为$\vdash$)A,该序列则是 K 中关于 A 的一个证明。

2) 演绎、后承:如果 Γ 是 L 的公式集,K 中以 Γ 为前提的一个演绎是一个类似于证明的序列,所不同的是 A_i 可能是 Γ 中的公式。如果公式 A 是构成 K 中以 Γ 为前提的一个演绎的序列的最后公式,则称 A 为 K 中的公式集 Γ 的一个后承,记作 $\Gamma \vdash_K A$,该序列则是从 Γ 到 A 的一个演绎。

3) 演绎定理:令 A、B 为 L 公式,Γ 是 L 的一组公式(可能空),如果$\{\Gamma, A\} \vdash_K B$,并且在推演中 A 的自由变项保持不变,那么有:$\Gamma \vdash_K A \to B$。

以下给出 K 系统证明和演绎的两个实例。

T(定理):$\vdash (\forall x_i)(A \to B) \to ((\exists x_i)A \to (\exists x_i)B)$,意指如果所有 A 都是 B,则有 A 就有 B。

证(证明):

①$\vdash (A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$　　T 假言易位

②$\vdash (\forall x_i)((A \to B) \to (\neg B \to \neg A))$　　①UG

③$\vdash (\forall x_i)((A \to B) \to (\neg B \to \neg A)) \to (\forall x_i)(A \to B) \to (\forall x_i)(\neg B \to \neg A)$　　T 全称分配

④$\vdash (\forall x_i)(A \to B) \to (\forall x_i)(\neg B \to \neg A)$　　②,③MP

⑤$\vdash (\forall x_i)(\neg B \to \neg A) \to ((\forall x_i)\neg B \to (\forall x_i)\neg A)$　　T 全称对蕴涵的分配

⑥$\vdash (\forall x_i)(A \to B) \to ((\forall x_i)\neg B \to (\forall x_i)\neg A)$　　④,⑤HS(导出规则)

⑦$\vdash (\forall x_i)(A \to B) \to (\neg(\forall x_i)\neg A \to \neg(\forall x_i)\neg B)$　　⑥等值置换(导出规则)

⑧$\vdash (\forall x_i)(A \to B) \to ((\exists x_i)A \to (\exists x_i)B)$　　⑦定义 4 置换　　证毕。

证(演绎):

①$(\forall x_i)(A \to B)$　　Hyp(假设)

②$(\forall x_i)(A \to B) \to (A \to B)$　　公理 4

③$A \to B$　　①,②MP

④$\neg B \to \neg A$　　③等值置换

⑤$(\forall x_i)(\neg B \to \neg A)$　　④UG

⑥$(\forall x_i)(\neg B \to \neg A) \to ((\forall x_i)\neg B \to (\forall x_i)\neg A)$　　T 全称对蕴涵的分配

⑦$(\forall x_i)\neg B \to (\forall x_i)\neg A$　　⑤⑥MP

⑧$\neg(\forall x_i)\neg A \to \neg(\forall x_i)\neg B$　　⑦等值置换

⑨$(\exists x_i)A \to (\exists x_i)B$　　⑧定义 4 置换

⑩$\vdash (\forall x_i)(A \to B) \to ((\exists x_i)A \to (\exists x_i) \to B)$　　①,⑨演绎定理　证毕。

定理的证明和演绎,其推理的功能是等价的,只是方法不同。由于演绎定理的引入,使证明简便而易操作。

在以上给出的形式系统(语法的)中,我们要区别其使用的两种不同的语言:对象语言和元语言。对象语言是用来构造和描述逻辑对象即命题或推理形式的语言。它是某种特定的人工语言,如形式系统中的字母表、公理等。元语言是用来讨论对象语言的语言。当我们提及符号、讲述公式的形成和使用、对符号和公式做出解释时,包括对形式系统可靠性、完全性等元逻辑问题的讨论,我们就要使用元语言。它一般是我们日常使用的自然语言,也有一些特制的符号。区别这两种不同层次的语言有助于严

格地精确地表达形式系统。

三、解释

把逻辑处理成形式系统,也就是用一些纯粹的符号公式和推演规则来做纯演绎的演算,完全不提及公式的涵义,即不考虑一公式表示什么,是否为真值形式等,只考虑我们的公式是否是按给定的形成规则建立,是否是按给定的变形规则得出,即是否是系统内一证明的定理。一旦逻辑的形式系统构造完成,其形式化过程就进入第三步:解释,即形式系统的语义研究。

在抽象、一般地考虑形式系统的解释或模型时,通常包括三部分内容:第一是给出一个结构(亦称模型),在该结构中为被解释系统的形式语言指定论域,并给出形式语言内个体常项、函词符号、谓词符号在该论域中所指称的对象即分别所代表的特指个体、函数运算以及性质或关系。第二是在结构的基础上,再指定个体变项所代表的个体,这称为指派。一个结构加上结构上的一个指派,就构成一个完整的语义解释(亦称赋值)。第三是再专门给出一些基本语义学概念的定义,如可满足、重言式、有效式、矛盾式等。以下是一阶语言L的一个抽象的解释。

(1) L的一个结构是一个有序对 $U=\langle D,g\rangle$, $g=\{g_1,g_2,g_3\}$。

①D是以个体为元素的非空集,称为结构U的个体域或系统K的解释域,即 $D=\{d_1,d_2,d_3\cdots\}$;

② g_1 是一函项,它使得L中每个个体常项符号 $a_i(i\geqslant 0)$ 都有D中一个个体为值;

③ g_2 是一函项,它使得L中每个n元函词符号 $f_i^n(i\geqslant 0)$ 都有D中一个n元运算为值;

④ g_3 是一函项,它使得L中每个n元谓词符号 $F_i^n(i\geqslant 1)$ 都有D中个体的性质(当 $n=1$ 时)或个体间的n元关系(当 $n>1$ 时)为值。

当我们根据上述结构确定一个具体的模型之后,任何一个闭公式都是对应于(该论域上的)一个真假确定的命题。

例如,设结构U如下:

① $D=\{0,1,2,3,4,\cdots\}$,即全体自然数的集合;

②个体常项符号 a_1 解释为0, a_2 解释为2, a_3 解释为5;

③函词符号 f_1^2 解释为"加"(+);

④谓词符号 F_1^1 解释为性质"是偶数", F_2^1 解释为性质"是质数", F_1^2 解释为关系"$\leqslant$"。

在该结构中,公式 F_1a_2 的解释是"2是偶数",这是个真命题; F_1a_3 的解释是"5是偶数",是个假命题; $(\forall x_i)(f(x_i,a_1)=x_i)$ 的解释是"对任一自然数 x_i,都有 $x_i+0=x_i$"(公式中的约束变项 x_i,等词=不用解释), $(\forall x_i)(F(x_i,x_i))$ 的解释是"所有自然数 x_i,都有 $x_i\leqslant x_i$", $(\exists x_i)(F_1x_i\wedge F_2x_i)$ 的解释是"存在一个自然数,它既是偶数又是质数",这3个公式经解释后都是一个真命题。

当L的结构确定后,L的闭公式都有了确定的真值。但含有自由变项的公式(开公式),其真值仍不确定。例如在上述结构中,公式 F_1x_i 解释为"x_i 是偶数",而我们并不知道 x_i 所代表的是哪个自然数,因此也就无从谈及 F_1x_i 的真假。要确定开公式的真值,先要明确自由变项 x_i 所指称的对象,即对自由变项做出解释(称为指派)。

(2) 给每个自由变项指定一个个体的过程称做结构U上的一个指派ρ,它是这样一个映射 $\rho:\{x_1,x_2,x_3,\cdots\}\rightarrow D$,即ρ对L中的每一个个体自由变项 $x_i(i\geqslant 1)$,ρ指派D中的某个个体。因为变项有无穷多个,又可以任意指定D中的个体,所以一个指派有无穷多个。

把结构U和指派ρ组合起来,我们就得到L的一个赋值σ,它是这样一个有序对 $\sigma=\langle U,\rho\rangle$,其中U是一个L结构,ρ是U上的一个指派。

在赋值σ下,任一L的项t和公式A都获得了确定的值,我们用σ(t)和σ(A)表示t或A在赋值σ下的值。当t为个体常项或函词符号时,其在σ下的值,也就是由U中的g所指定的值,当t为个体自由变项时, $\sigma(x_i)=\rho(x_i)$。

由于公式的值是真值,我们用{1,0}(1表示真,0表示假)代表真值集合,于是,任一L公式A在赋值σ下的值σ(A)为T或者为F,具体定义如下:

① $\sigma(F_i^n(t_1,\cdots,t_n))=T$ 当且仅当 $\langle\sigma(t_1),\cdots,\sigma(t_n)\rangle$ 具有D中的n元关系。

② $\sigma(\neg A)=T$ 当且仅当 $\sigma(A)=F$。

③ $\sigma(A\rightarrow B)=T$ 当且仅当 $\sigma(A)=F$ 或者 $\sigma(B)=T$。

④ $\sigma((\forall x_i)A)=T$ 当且仅当每一个与之I等价的赋值 σ', $\sigma'=T$。这里两个赋值σ和 σ' 是I等价的,是指对于每个 $j(j\neq i)$,都有 $\sigma(x_j)=\sigma'(x_j)$。也就是说,赋值σ和 σ' 除了可以对个体变项 x_i 指派不同的

值(即 $\sigma(x_i)$ 和 $\sigma'(x_i)$ 可以不同) 以外, 对其他任何个体变项, σ 和 σ' 都指派相同的值。

在这样的赋值 σ 之下, L 的每一个公式(开公式和闭公式) 都具有了确切的含义, 并且具有确定的真值。

(3) 对可满足、常真、语义后承等一些基本语义概念的定义。

1) 一个 K 或 L 解释 $\langle U, \rho\rangle$ 满足一个 L 公式 A, 当且仅当在这个 K 解释 $\langle U, \rho\rangle$ 下, $\sigma(A) = 1$; 一个 K 解释 $\langle U, \rho\rangle$ 满足一个 L 公式集 Γ, 当且仅当在这个 K 解释 $\langle U, \rho\rangle$ 下, 对于所有的 $A \in \Gamma$, $\sigma(A) = 1$。一个 L 公式 A(或一个 L 公式集 Γ) 是 K 可满足的, 当且仅当有一个 K 解释满足 A(或 Γ)。

2) 一个 L 公式 A 是 K 常真的, 当且仅当在所有 K 解释下, $\sigma(A) = 1$, 此公式称为常真公式, 或普遍有效式, 或永真式。我们用 $\vDash_K A$ 表示 A 是 K 常真的。反之, 一个 L 公式 B 是 K 常假的, 当且仅当在所有 K 解释下, $\sigma(B) = 0$, 此公式称为矛盾式, 或不可满足式, 或永假式。

3) L 公式 B 是 L 公式 A 的 K 语义后承, 当且仅当没有一个 K 解释 $\langle U, \rho\rangle$, 使得 $\sigma(A) = 1$ 而 $\sigma(B) = 0$; L 公式 B 是 L 公式集 Γ 的 K 语义后承, 当且仅当没有一个 K 解释 $\langle U, \rho\rangle$, 使得: 对于所有的 $A \in \Gamma$, $\sigma(A) = 1$ 而 $\sigma(B) = 0$。我们把 B 是 A(Γ) 的语义后承分别表示为: $A \vDash_K B$, $\Gamma \vDash_K B$; B 是 A 的 K 语义后承, 当且仅当 $A \to B$ 是 K 常真的, 即: $A \vDash_K B$, 当且仅当 $\vDash_K A \to B$。

4) 可靠性定理: 对于任一 L 公式 A, 如果 A 是 K 的定理, 则 A 是 K 常真的。即: 如果 $\vdash_K A$, 则 $\vDash_K A$。也即一阶逻辑 K 系统是可靠的。(证明略)

5) 完全性定理: 对于任一 L 公式 A, 如果 A 是 K 常真的, 则 A 是 K 的定理。即: 如果 $\vDash_K A$, 则 $\vdash_K A$。也即一阶逻辑 K 系统是完全的。(证明略)

四、结语

形式化方法使古老的逻辑学科焕发出勃勃生机, 它甚至成为一块界碑, 将逻辑区分为新与旧、传统与现代两个不同的历程。与传统逻辑比较, 数理逻辑形式化方法的优越性至少有两点, 一是它的元科学性质, 把语言或理论区分为不同的层次, 并要求在较高的层次(n+ 1) 上去讨论较低层次(n 层) 的一般性质, 这是形式化研究一个极其重要的成果。现代逻辑以所有经验科学, 包括自然科学和人文、社会科学为其对象理论, 在较高的(元) 层次上对其研究, 使我们能用更广阔的视野, 重新审查对象理论的对象、性质及其正当性、有效性等, 从而使我们能够不断地调整或修正对象理论的研究, 使其更为成功和有效[3]。再是它在语义表达和论证上高度的严格性和精确性。在逻辑演算的形式系统中, "当证明完全详细地写出时, 每一行或者是一条明显陈述的公理, 或者是根据一些明显陈述的推理规则由前面已证的一行或多行所得到的推论。所提出的形式证明确实是能够机械地检查的证明。这样, 我们就有理由说, 我们有了一个机械程序的精确概念。"[4] 形式化方法克服了自然语言语义模糊、充满歧义、语法关系不严格的严重缺陷, 这些缺陷往往是导致思维谬误的一个源泉。因此, 无论是从事科学研究, 还是限于日常思维, 现代逻辑都将发挥重要的工具和方法作用。

参考文献:

[1] 李小五. 什么是逻辑[J]. 哲学研究, 1997, (10): 76-81.
[2] 鲍亨斯基. 当代思维方法[M]. 上海: 上海人民出版社, 1987.
[3] 陈波. 逻辑哲学导论[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2000.
[4] 王浩. 数理逻辑通俗讲话[M]. 北京: 科学出版社, 1983.

Logical calculus and formalized method

SUN Ming-xiang, LI Xia-fei

(School of Political Science and Executive Administration, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Owing to the utilization of the formalized method, logical calculus is more abstract and strict than the traditional logic in the study of the valid inferential form. This method includes constructing and explaining a formal system. The construction of the system involves symbolization and systematization. The interpretation of the system results in the application of the symbol and formula.

Key words: logical calculus; formalization; formal system; interpretation