

知道者悖论的推理错误与重构

孙江可^{1,2}, 陈争峰³

(1. 吉林大学哲学系, 吉林长春, 130012;

2. 西安电子科技大学哲学系, 陕西西安, 710071; 3. 西安电子科技大学外语学院, 陕西西安, 710071)

摘要: 知道者悖论不是严格的逻辑悖论, 而是一个逻辑谬误, 推理存在漏洞。首先, 推理的前提假设是错误的; 其次, 推理的时间秩序是反常的; 第三, 推理应用“由假得全”的逻辑规律, 这样的推理是不足道的。通过理清推理的逻辑谬误, 可以对这个悖论进行重构, 从而得到一个严格的悖论。

关键词: 知道者悖论; 逻辑悖论; 逻辑谬误; 意外考试疑难; 知道; 时间秩序

中图分类号: B811

文献标识码: A

文章编号: 1672-3104(2015)02-0020-05

20世纪50年代以来, 知道者悖论(The Knower Paradox)一直是悖论研究的核心话题之一。国内外学者大多致力于提出完善的解决悖论方案并已取得丰硕成果, 但对如何构建严格的知道者悖论关注不够。本文以意外考试疑难为例, 分析学生的推理中存在的逻辑错误, 说明意外考试疑难不是严格的逻辑悖论而是一个逻辑谬误, 经过逻辑改造消除谬误后才能得到一个严格的悖论。

一、意外考试疑难

知道者悖论在历史上有很多版本, 最早提出知道者悖论是在1948年, 英国学者奥康纳(D. O'Connor)在著名的Mind杂志发表的文章《Pragmatic Paradoxes》中提出。此后学者提出许多类似的悖论, 故事的主角可以是法官和囚犯、国王和求婚者、老师和学生。^①下面的表述采用最后一个版本——意外考试疑难:

星期天老师对学生宣称: 本周一到周五的五天内将有且仅有一天举行考试, 并且我保证在考试的前一天你们不知道明天是否举行考试。

有一个聪明的学生做如下推理:

(1) 考试不可能安排在周五。假设考试安排在周五, 则到周四的晚上, 我已确知在周一到周四的四天里没有考试, 而考试一定安排在周一到周五的五天内, 所以我可以肯定周五一定安排考试, 即我已经在周四

晚知道第二天会有考试, 这与老师的保证“在考试的前一天你们不知道明天是否举行考试”相矛盾。所以考试不可能安排在周五;

(2) 考试也不可能安排在周四。假设考试安排在周四, 则在周三晚上我已确知周一、周二和周三没有安排考试, 所以考试只能安排在周四和周五。但是我在(1)中已证明周五不能安排考试, 所以考试一定安排在周四。这样我已在周三晚上知道周四一定安排考试, 这与老师的保证相矛盾, 所以周四不能安排考试;

(3) 同理可证, 周三、周二和周一也不能安排考试;

(4) 综上所述, 本周根本不可能安排考试。

此学生对自己的推理非常得意。可是在星期四的早晨他大吃一惊, 老师确实在周四安排了考试, 而且他在此之前确实不知道周四将安排考试。^①

在此, 我们不得不面临一个尴尬的局面: 根据学生推理, 意外考试不可能存在, 但同时又可以实施。一个不可能存在的考试却被现实地举行了, 问题出在哪里? 如何解决?

国内外不少学者认为学生的推理在逻辑上严密无误^②, 我们面对一个新的悖论: 认识论悖论。笔者认为, 意外考试疑难并不是一个严格的逻辑悖论, 学生的推理存在明显的逻辑漏洞。考试可以举行, 就证明学生的推理存在问题。^②学生事先并不知道周四将安排考试, 完全符合考试要求。老师完美实现对学生的承诺, 用事实证明学生的推理是错误的。

学生的推理错在何处? 学生的推理是类似“归谬

收稿日期: 2014-04-14; 修回日期: 2015-02-05

基金项目: 2012年中央高校基本科研业务费一般项目“维特根斯坦早期哲学逻辑基础的分析及对二语习得的影响”(72125345)

作者简介: 孙江可(1984-), 男, 陕西西安人, 吉林大学哲学基础理论研究中心博士, 西安电子科技大学哲学系讲师, 主要研究方向: 分析哲学, 逻辑学; 陈争峰(1977-), 男, 陕西西安人, 西安电子科技大学外语学院副教授, 主要研究方向: 二语习得, 语言哲学

法”的递归推理,推理过程中,推理(1)无疑十分重要。如果推理(1)正确无误,(2)(3)(4)都是正确的。如果承认周五不能举行考试,接下来就不得不承认周一到周四都不能举行考试。反之,如果推理(1)存在漏洞,接下来的一系列推理都有问题。笔者认为,推理第一步就是错误的,以后的每一步都重复着相同错误;推理(1)没有完全反映学生在周四晚的真实处境,论证和结论都是片面的;即使学生的推理过程准确无误,推理也是应用了由假得全的逻辑规律,推理的结论却并不唯一,存在众多其他可能,可以安排考试只是其中之一。下文将具体分析推理中存在的逻辑漏洞,证明意外考试疑难只是一个逻辑谬误,经过复杂的逻辑改造后才能建立一个货真价实的悖论。

二、“知道”的循环

奎因认为,意外考试疑难并不是一个严格意义上的悖论,而仅仅是一个逻辑谬误,学生的推理第一步就是错误的^[3]。因为,如果学生根据推理(1)想当然地认为周五不能举行考试,并对此深信不疑,那么在周五举行考试会让他大吃一惊:老师确实安排了考试,而且他认为周五不能举行考试,所以根本不知道周五将安排考试。

为什么会出现这种情况?推理的漏洞何在?

或许换一个视角可以把推理的漏洞看清楚。我们把推理(1)的思维过程重塑如下:

对学生来说,

甲:考试要么安排在周五,要么安排在周五之前(周一到周四四天之内);

乙:如果考试安排在周五,周四晚上学生将会意识到考试安排在周五(因为考试肯定安排在周一到周五五天内,到周四晚上还没有考试,学生肯定会意识到周五将安排考试)。

乙明显与老师的通告矛盾而被排除,考试不能安排在周五,所以必然选择甲,考试只能安排在周一到周四这四天内。

奎因认为,学生此时面临的不仅是上述两种情况,而是四种可能情况。分别是:

- I: 在周一到周四的某一天安排考试;
- II: 考试安排在周五,并且学生事先知道;
- III: 没有安排考试;
- IV: 考试安排在周五,学生事先并不知道。^[3]

上述四种可能情况,II和III同老师的通告相矛盾,可以排除,但I和IV可以满足通告,不能被排除。

学生的推理只注意到I、II两种可能性,没有考虑III、IV这两种情况,故而错误地认为排除II之后就只剩下I,进而否决周五安排考试的可能。相同的错误出现在后续推理的每一步。

为何学生会忽视III、IV的可能性?换个视角或许我们可以看清楚问题所在。重新审视学生的推理过程:推理(1)证明如果考试安排在周五,周四的晚上学生知道第二天有考试。推理结论包含两部分内容:第一,考试安排在周五;第二,学生知道这一点。推理结论表明,在周四的晚上,学生需要考虑的不仅仅是明天有没有考试,还需要考虑他对此是否知情。这时,学生需要考虑的不仅是有关考试时间的甲乙两种可能,而是综合考量“明天是否安排考试”和“他是否知道”两个因素的四种可能情况,分别是:

- A: 学生知道周五将安排考试;
- B: 学生知道周五不安排考试;
- C: 学生不知道周五将安排考试;
- D: 学生不知道周五不安排考试。

推理的漏洞一目了然:学生的推理只考虑A的可能性,忽视另外的三种可能性的存在,忽视C的存在,即忽略了“IV:考试安排在周五,学生没有意识到”这种可能情况。上述四种可能性中,C满足考试要求,周五依然可以安排考试。事实上学生的推理已经否决周五安排考试的可能性,如果考试安排在周五学生不可能事先知道。这符合C描述的情况,周五可以安排考试。所以学生推理的第一步就是错误的,不能排除周五安排考试的可能,考试可以安排在周五。推理(1)是错误的,后续的推理失去了递归基础自然也是错误的。

是什么原因让学生在推理中“天然地”排除掉IV(C)^⑥的可能性?奎因认为,学生排除IV(C)是混淆了“通告可执行”和“知道通告可执行”这两个不同的假设^[3]。学生的推理需要两个前提假设:

- a. 通告可执行;
- b. 我知道通告可执行。

a和b是不同的,假设了a并不等于假设了b^[4]。

例如祝英台是女的,但是梁山伯最早并不知道这一点。但假设了b也就假设了a,例如梁山伯知道祝英台是女的,祝英台确实是女的。可能有人说万一梁山伯搞错了呢,如果这样的话梁山伯就不是知道祝英台是女的,而是以为祝英台是女的。

合理的归谬推理应该只假设a,然后试图得出相反的结论,否定a。学生的论证同时假设a和b,假设b是不合理的,特别是学生始终不能肯定通告是否可以执行,假设b就更不合理。错误的假设导致学生做

出似是而非的推理,所以意外考试疑难并不是严格的逻辑悖论,而仅仅是一个逻辑谬误,取消错误的预设谬误就不复存在。

以上分析说明推理(1)是错误的,错误的推理使得周五可以安排考试,不能排除周五安排考试的可能。同理,由于学生错误地排除周一到周五所有安排考试的可能,老师可以在周一到周五五天里任意安排考试,任何一天安排考试都符合老师的承诺。如果学生的智力仅限于此,幸福的老师洞悉学生的推理后可以随意安排考试,任何一天考试对学生来说都足够意外。但是,如果学生是足够聪明的理性人,接下来发生的事情将十分有趣。下面以周五是否可以安排考试为例,以 S_i 代表学生的思维状态,推理(1)作为推理的起点,学生的推理过程如下:

- S1: 根据推理(1)得知,周五不能考试;
- S2: 老师会知道 S1,周五将安排考试;
- S3: 学生知道 S2,周五不能考试;
- S4: 老师会知道 S3,周五将安排考试;
- S5: 学生知道 S4,周五不能考试;
- S6: 老师会知道 S5,周五将考试;
- ...^[5]

如果用自然语言表达,推理表述如下:

- ①根据推理(1),学生认为周五不能安排考试;
- ②老师知道学生认为周五不能考试,所以周五可以考试;
- ③学生知道(老师知道“学生认为周五不能考试”,所以周五可以考试),所以周五不能考试;
- ④老师知道(学生知道(老师知道学生认为周五不能考试,所以周五可以考试),所以周五不能考试),所以周五可以考试;
- ⑤学生知道(老师知道(学生知道(老师知道学生认为周五不能考试,所以周五可以考试),所以周五不能考试),所以周五可以考试),所以周五不能考试;
- ⑥老师知道(学生知道(老师知道(学生知道(老师知道学生认为周五不能考试,所以周五可以考试),所以周五不能考试),所以周五可以考试),所以周五不能考试),所以周五可以考试;
- ...^[6]

如果学生是足够聪明的理性人,他会陷入无休止的猜测网络之中。^[7]周五是否可以考试呢?答案只能在可以、不可以之间无穷震荡,学生无论如何无法得到准确的结论。学生无法确定周五是否安排考试,当然就无法排除周五安排考试的可能,进一步证明推理(1)是错误的。

学生的推理网络中,有一个有趣的现象:推理层

次差距为 $2n(n=0、1、2、3、\dots)$ 时,结论完全相同。如果跳开推理网络,仅从结论来看,我们无法知道学生是在哪个推理层面上得到的结论。以②和⑥为例,学生都知道考试安排在周五,但②是“老师知道(学生知道(老师知道...))...”之后得到的结论,⑥是“老师知道(学生知道(老师知道(学生知道(老师知道...))...))...”之后得到的结论,②和⑥的思考层次是完全不同的。从结论看,②和⑥都是学生知道考试安排在周五,但两个“知道”的内涵完全不同。在这个无尽的推理网络中,存在无穷个“学生知道...”,究竟哪个“知道...”才算是真正的知道,如何区分它们,这都需要精确地定义知道的内涵。那么,如何定义知道呢?这是一个意义深远问题,牵涉大量知道逻辑的内容。限于本文的篇幅和主旨,笔者只提出问题,不再展开讨论。

三、颠倒的时间秩序

推理(1)轻松排除周五安排考试的可能,问题是,如果学生在现实中遭遇推理(1)的情景,他还会像推理(1)一样轻易排除周五考试的可能吗?笔者相信,学生在周四晚上不会像推理(1)一样轻松排除周五安排考试的可能性,很可能会度过一个充满困惑的不眠之夜。

重新审视推理(1),它包含两部分内容:

- (i): 周一到周四没有考试,周五是考试的唯一选择;
- (ii): 学生周四晚上知道周五安排考试,这与通告矛盾,所以周五不能安排考试。

学生归谬推理的时间秩序采用倒叙的方式,从周五推及周一。周五不能安排考试,考试可以安排在周一到周四的四天里。推理没有问题,问题是推理中时间可以从周五回溯到周一,现实生活中的人,除了本杰明·巴顿(电影 *The Curious Case Of Benjamin Button* 主人公^④)外,正常的时间秩序应该是从周一到周五,没有人可以返老还童,没有人的生命可以时光倒流。如果在现实中遭遇意外考试疑难,考试直到周四还没有举行,周四的晚上,聪明的学生还会坚持认为周五不能安排考试吗?现实中的学生应该不会像推理(1)那样肯定周五不能安排考试。周五不安排考试,推理(1)可以在颠倒的时间秩序中把考试时间回溯到周一到周四这四天之中,但在正常的时间秩序中,如果学生已经过完这四天时间并且没有安排考试,我们无法像推理(1)那样回到过去。正常的时间秩序下,学生在周四晚上的推理结果肯定会与推理(1)大不相同,或许

这才是周四晚上学生真正知道的东西。

根据推理(1)可知,周五是仅剩的考试时间,老师如果安排考试,周五是唯一的选择。所以,考试必须安排在周五。周四的晚上,学生预知考试安排在周五,如果周五安排考试将与通告矛盾,因此考试又不能安排在周五。周四的晚上,学生推理的结果是周五既可以安排考试又不能安排考试,而不是简单的认为周五不能考试^[8]。

根据老师的通告,学生推理认为周五可以考试又不能考试。问题是如果周五安排考试,周四晚上学生知道第二天安排考试,与通告矛盾;如果周五不安排考试,周一到周五都没有安排考试,也与通告矛盾。就是说,从学生的角度看,无论周五是否安排考试,通告都不可能实现。正常时间秩序下,周四的晚上,聪明的学生会对明天是否安排考试犹豫不定,进而怀疑通告本身是否可以实现。

因此,周四晚上学生推理结果不应是推理(1):学生知道周五安排考试,因而周五不能举行考试;而应该是对通告本身提出质疑,认为通告不可能实现。^⑤正常的时间秩序中,尽管学生认为通告不能实现,但周四晚上他仍不知道周五是否安排考试,所以周五依然可以安排考试,学生事前也不可能知道,这完全满足通告要求。我们生活在正常的时间秩序之中,在颠倒的时间秩序中推理的结论自然同现实的结论不同,推理(1)似是而非,现实的情况并非如此。颠倒的时间秩序中不可能存在的考试在正常的时间秩序中自然是可能的,不同的时间秩序是二者差距如此之大的深层次原因。

四、假命题蕴涵任何命题

上述分析主要说明学生推理的第一步存有问题,递归推理失去了根基也是错误的。但即使第一步推理正确无误,整个推理过程也存有问题,这就是学生推理中存在的第三个问题:推理过程应用了“由假得全”的逻辑规律,这样的推理是不足道的。

为方便起见,我们把学生的归谬论证重新表述如下:

1. 假设通告是真的;
2. 根据推理(1)周五不能安排考试
3. 根据推理(2)周四不能安排考试;
4. 根据推理(3)周一、周二、周三都不能安排考试;
5. 根据推理(4)本周没有考试。
6. 5与假设矛盾,假设不正确,通告为假。

上述归谬论证表明,通告是假的。根据通告学生推理认为本周没有考试,由于通告是假的,等于说学生从一个假命题推出“本周没有考试”这个结论。推理没有问题,问题是,稍有逻辑常识的人都知道,假命题蕴含任何命题,从假命题出发可以得到任何命题,最著名的例子就是罗素从 $2+2=5$ 推出罗素是教皇。学生的推理也应用了这个逻辑规则。^[9]学生的推理没有问题,但问题是从错误的命题出发,学生既可以推出考试安排在周五,也可以推出考试不安排在周五,他可以得到任何结论,而不是唯一的结论。^[10]学生根据通告推出本周不能安排考试,我们也可以根据通告推出任何一天都可以安排考试^⑥。

或许学生可能这样为自己辩护:老师的通告有错误,错误并非产生于学生的推理过程,而是预先存在于通告之中。Ardon Lyon认为,老师的通告没有任何确定意思,唯一可以确定的是从头到尾没有保证通告是不矛盾的。通告是错的本身并无太大问题,问题是学生从错误的通告推理下周不能安排考试。^[2]学生从错误的前提推理认为下周不能安排考试,老师也可以从中推理得出下周可以考试;学生仅注意通告的一个可能结论而忽视其它可能情况,这才是学生推理的漏洞所在。学生认为下周不能安排考试,实际上不但下周可以安排考试,任何命题都可以从通告推理得出。不仅学生认为不可能安排的考试是可能的,甚至一切命题都是皆有可能的。

虽然意外考试疑难存在众多逻辑谬误,但修正以后可以得到一个严格的悖论。R. Shaw指出,知道者悖论中存在着自我指涉。自我指涉虽然没有明确出现在通告中,但老师的承诺“在考试的前一天学生不知道明天是否举行考试”的真实含义是“学生不知道根据我的承诺在考试前一天不知道明天是否举行考试”。这个语句本身出现在老师的承诺中,它的内部涉及老师的承诺,因此存在自我指涉。悖论的根源就是通告的自我指涉。^[11]R. Shaw认为经他修改后的通告具有真正的悖论性质,但R. 蒙塔古D·卡普兰认为并没有充分的理由支持这一点。^[12]但只要对通告稍加改造,一个新型的严格悖论即可建成。这就是,在原预告中再增加一个“除非”句而形成如下新的预告:

除非学生在周日晚上知道本预告为假,否则下列要求之一将被满足:

- (1)考试在周一而不是在周二进行,而且学生在周日晚上不知道基于本预告“考试在周一进行”为真;
 - (2)考试在周二而不是周一进行,而且学生在周一晚上不知道基于本预告“考试在周二进行”为真。^{[13](202)}
- 在此基础上,将考试的可能日期的数目缩减至零,

将得到一个类似说谎者悖论的结论：学生在周日晚上知道本预告为假，使知道者悖论成为一个真正的逻辑悖论。

上述分析表明，意外考试疑难中，学生的推理至少存在上述三方面的漏洞。根据张建军先生的观点，公认正确的背景知识、严密无误的逻辑推导、可以建立矛盾等价式是构成严格意义的逻辑悖论必不可少的三要素。^{[13](7)}很明显，意外考试疑难不是一个严格意义的逻辑悖论，只是一个逻辑谬误。虽然逻辑改造之后，可以得到一个严格意义上的逻辑悖论，但我们不能不加区分地认为意外考试疑难就是严格的逻辑悖论。

注释：

- ① 不同的版本分别被人冠以“侏子手悖论”“求婚者悖论”“意外考试悖论”等名称。
- ② 例如国内的陈慕泽先生认为学生的推理在逻辑上毫无问题。详见：陈慕泽. 不可能知道的真理[J]. 中国人民大学学报, 2004年第2期, 第101页。国外的以 R. Shaw 为代表, Shaw 认为老师的命令存在自我指涉, 老师的命令是悖论的根源, 学生的推理没有问题。详见：R. Shaw. The Paradox of the Unexpected Examination [J]. Mind, 1958, Vol. 67: 382-384.
- ③ C 的情况和 IV 的情况相同，二者可被视为同一种可能情况。
- ④ 《The Curious Case Of Benjamin Button》中文译名《返老还童》，美国电影，由大卫·芬奇导演，布拉德·皮特主演。影片讲述一个人，出生时是一个老头，几十年后越活越年轻，最终又变成一个婴儿在襁褓中死去这样一个奇异的故事。
- ⑤ J. M. Chapman, R. J. Butler 认为学生周四晚上的结论应该是或者通告是假的，或者周五安排一场意料之中的考试，笔者认为“周五安排一场意料之中的考试”也与通告矛盾，证明通告不能实现，所以周四晚上学生的推理结论应该是通告不能实现。
- ⑥ 继续学生的推理思路，根据推理(4)命题为真则本周不能安排

考试，即周一到周五任何一天安排考试都将导致命题为假，现在已知命题为假，考试可以安排在周一到周五的任何一天。

参考文献：

- [1] 李大强. 知道者悖论与“知道”的语义分析[J]. 自然辩证法通讯, 2002(5): 26-31.
- [2] Ardon Lyon. The Prediction Paradox [J]. Mind, 1959, 68: 510-517.
- [3] Quine W V. On a so-called paradox [J]. Mind, 1953, 62: 65-67.
- [4] 陈慕泽. 不可能知道的真理[J]. 中国人民大学学报, 2004(2): 101-103.
- [5] Jack M. Holtzman. A Note on Schrodinger's Cat and the Unexpected Hanging Paradox [J]. The British Journal for the Philosophy of Science, 1988, 39: 397-401.
- [6] 李大强. 绝妙推理[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2008: 64.
- [7] 威廉姆·庞德斯通. 推理的迷宫[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2005: 136.
- [8] Chapman J M; Butler R J. On Quince's 'So-Called Paradox' [J]. Mind, 1965, 74: 424-425.
- [9] Meltzer B, Good I J. Two Forms of the Prediction Paradox [J]. The British Journal for the Philosophy of Science, 1965, 16: 50-51.
- [10] James Kiefer; James Ellison. The Prediction Paradox Again [J]. Mind, 1965, 74: 426-427.
- [11] Shaw R. The Paradox of the Unexpected Examination [J]. Mind, 1958, 67: 382-384.
- [12] 张建军. 知道者悖论的提出[J]. 逻辑与语言学习, 1994(1): 30-34.
- [13] 张建军. 逻辑悖论研究引论[M]. 南京: 南京大学出版社, 2002.

Reasoning mistakes and restructuring of the knower paradox

SUN Jiangke^{1,2}, CHEN Zhengfeng³

(1. Department of Philosophy, Jilin University, Changchun 130012, China;

2. Department of Philosophy, Xi'an University of Electronic Science and Technology, Xi'an 710071, China;

3. College of Foreign Languages, Xi'an University of Electronic Science and Technology, Xi'an 710071, China)

Abstract: The knower paradox is not a strict logic paradox but a logic mistake with some fallacies in reasoning. First, the hypothesis of the reasoning is wrong. Second, the temporal order in reasoning is different from the normal one. Third, reasoning should follow the valid logical principle that from a contradictory premise any conclusion could be deduced. By eliminating these fallacies, it is possible to build a real paradox based on the fake one.

Key Words: the knower paradox; logic paradox; logic mistake; the unexpected examination; know; temporal order

[编辑: 颜关明]