

沪深300股指期货动态套期保值比率和有效性研究 ——基于 Copula-GARCH-X 模型的应用

戴晓凤, 何铮, 唐微微

(湖南大学金融与统计学院, 湖南长沙, 410079)

摘要: 套期保值是利用期货交易进行风险规避的重要手段, 套期保值比率的确定和有效性检验是套期保值业务的核心问题。在 Copula-GARCH 模型的基础上, 考虑到误差修正项对波动性的影响, 构建了二元 Copula-GARCH-X 模型来估计沪深300股指期货动态套期保值比率, 并依据风险最小化原则对套期保值的有效性进行了检验和对比。研究表明, 纳入误差修正项的 GARCH-X 模型和 Copula-GARCH-X 模型要显著优于传统模型; 而且研究结果显示未结合 Copula 函数的 GARCH-X 模型的套保效果还要优于 Copula-GARCH-X 模型。

关键词: 沪深300股指期货; 动态套期保值比率; 套期保值有效性; Copula-GARCH-X 模型

中图分类号: F832.5

文献标识码: A

文章编号: 1672-3104(2013)03-0001-05

一、引言

2010年4月16日, 我国推出首个金融期货产品——沪深300股票指数期货。作为中国大陆唯一上市交易的金融期货产品, 沪深300股指期货在资本市场价格发现和风险防范过程中扮演重要角色。长期以来, 我国证券市场存在相当高的系统性风险, 证券市场的发展受政策性因素的影响非常大, 由于政府政策的不连续性或法律法规的不完善带给证券市场的冲击仍然时有发生, 同时市场对于政策性消息的反应往往会过于激烈, 甚至导致股指的走势严重脱离基本面。因此, 如何规避股票市场的系统性风险成为了摆在投资者面前的一大难题。股指期货的出现则为投资者提供了一种规避系统性风险的手段, 给我国证券市场的发展带来了新的活力, 可以促进证券市场的逐步稳定。

在利用股指期货参与套期保值以规避系统性风险的过程中, 最核心的问题就是套期保值的最优设定。实际上, 套期保值最优比确定问题也一直是国内外学者关注的焦点, 而且随着研究的深入, 分析理论和方法也得到了不断的改进, 经历了从传统的套期保值理论到基差逐利型套期保值理论再到基于现代投资组合理论的套期保值理论的三大发展阶段。尤其是近年来随着 GARCH 模型的推广, 大量学者尝试应用及改进

GARCH 模型来计算最优套保比率, 这包括 BGARCH 模型、Kroner and Sultan 的 ECM-GARCH 模型^[1]、彭红枫、叶永刚的 Modified ECM-GARCH 模型^[2]、梁斌、陈敏等的动态套期保值比率模型^[3]等。

然而, GARCH 系列模型的缺陷在于, 其只是简单地将期货现货间的关系视为线性相关关系, 而实际中尤其在行情大幅波动时, 期货和现货之间的相关关系常常呈现出非线性和非对称特征。基于 Copula 函数方法对于估计变量间的非线性关系非常有效的事实, 部分学者将 Copula 函数与 GARCH 模型相结合, 发展出了套保比率的 Copula-GARCH 模型。如 Hsu, Tseng and Wang(2008)将标普 500 指数和金融时报 100 指数作为研究样本对构建了套保比率的 Copula-GARCH 模型, 并与 CCC-GARCH 模型、DCC-GARCH 模型进行了比较, 研究结果显示 Copula-GARCH 模型的表现要明显优于后两者模型^[4]; Power and Dmitry Vedenov (2008)则研究发现 Copula-GARCH 模型的套期保值效果并不完全优于 CCC-GARCH 模型和 BEKK-GARCH 模型^[5]; 赵家敏、沈一(2008)分别采用 Copula-GARCH 模型与传统的模型对韩国 KOSPI200 股指期货和现货的套期保值比率进行估计, 研究结构表明运用 Copula 函数计算的尾部相关系数比传统的线性相关系数进行计算得出的套期保值比率更为精确^[6]。

虽然无论是多元 GARCH 模型还是 Copula-GARCH 模型的套保效果都较以往的研究取得了长足

的进步。然而不能忽视的是,大多数研究者在方差方程中并没有引入均值方程中误差修正项,而根据 Lee^[7]的研究,误差修正项在现货指数与期货指数每天的运行中包含着大量的信息,而这些信息量不但会影响到他们的收益率还会影响到条件方差,因此将误差修正项纳入到方差方程以修正套保比率模型是非常必要的。基于此,为剔除误差修正项对波动性的影响,本文在 Copula-GARCH 模型的基础上,构建二元 Copula-GARCH-X 模型来估计沪深 300 指数动态套期保值比率,以期改善套期保值比率的估计方法,并依据风险最小化原则对套期保值的有效性进行检验。

二、沪深 300 指数动态套期保值比率的估计

(一) 模型设定

Sklar 指出若变量 X_1, X_2, \dots, X_n 的边缘分布分别为 $F_1(\cdot), F_2(\cdot), \dots, F_n(\cdot)$ 那么存在一个 Copula 函数 C 是 $(X_1, X_2, \dots, X_n) \sim C(F_1(X_1), F_2(X_2), \dots, F_n(X_n))$, 这个 Copula 函数描述了变量间的相关结构。事实上,所有 Copula 模型都是在这个基本的形式上构成的。在 Copula 方法出现之前,学者们总是将传统的多元分布假设为某一固定形式的分布,而 Copula 则提供了更切合实际的多元分布假设,因 Copula 模型不限制边缘分布的选择,所以其具有更广泛的适用性。

结合 Copula 技术和 GARCH 模型,考虑到本文研究的是现货与期货两种资产之间的套期保值问题,我们引入一个简单二元 Copula-GARCH-X 模型,其结构如下所示:

$$\begin{aligned} x_t &= u_{xt} + \varepsilon_{xt}, t=1, 2, 3, \dots, T \\ \varepsilon_{xt} &= h_{xt}^{1/2} \xi_{xt} \\ h_{xt} &= w_x + \sum_{i=1}^q \alpha_{xi} \varepsilon_{x,t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_{xi} h_{xt-i} \\ y_t &= u_{yt} + \varepsilon_{yt}, t=1, 2, 3, \dots, T \\ \varepsilon_{yt} &= h_{yt}^{1/2} \xi_{yt} \\ h_{yt} &= w_y + \sum_{i=1}^q \alpha_{yi} \varepsilon_{y,t-1}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_{yi} h_{yt-i} \\ (\xi_{xt}, \xi_{yt}) &\sim C_{\xi}(\Phi(\xi_{xt}), \Phi(\xi_{yt})) \end{aligned}$$

其中, x, y 为两个随机过程, $C_{\xi}(\cdot, \cdot)$ 为任意的一个二元 Copula 函数, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布, ξ_{xt}, ξ_{yt} 均为独立同分布序列。上式表明 ξ_{xt}, ξ_{yt} 均服从标准正态分布,它们的联合分布或者相关结构可由一个相应的 Copula 函数来表示。在实际的应用中,这个 Copula

函数可以从现有的 Copula 函数中选取,也可以自行构造。

根据 Copula 理论,由一个 Copula 函数连接的各个变量的边缘分布可以是任意的一个一元分布,因此可以将上述正态边缘分布假设下的 Copula-GARCH、Copula-GARCH-t 和 Copula-GARCH-GED 模型结合起来,扩展到多元的 Copula-GARCH 模型。也就是说 Copula-GARCH 模型中变量的条件边缘分布可以由正态分布假设的 GARCH、GARCH-t 或 GARCH-GED 模型中的任意一种模型来描述,同一 Copula-GARCH 模型中变量的条件边缘分布可以是相同的,也可以不同的,由于 Copula-GARCH 模型不限制其变量条件边缘分布的选择,因此在实际中更灵活,与现实更贴切。

多元 Copula-GARCH 模型可用于研究多个市场之间的条件相关关系、波动溢出效应和多个市场或者多种资产组合的收益和风险分析等。多元 GARCH 模型中波动的部分是由一个方差协方差矩阵给出的,它也可以用来研究多个市场波动之间条件相关关系,但是由于其参数多、估计困难制约了多元 GARCH 模型的应用。而多元 GARCH 模型的各种简化形式虽然解决了模型的参数估计问题,但是又存在对波动的刻画不全面、准确和参数的经济意义不够明确的缺点。与多元 GARCH 模型不同,多元 Copula-GARCH 模型中的 GARCH 过程部分仅用于描述各个变量的条件边缘分布,并不反映各个变量之间的条件关系,各个变量之间的条件相关关系是由 Copula 函数来刻画的,因此可以在不考虑各个变量条件边缘分布的情况下研究多个变量之间的条件相关关系,并使模型可以采用相对简单的两阶段估计方法,从而使模型的估计得到简化。

(二) 数据的收集及整理

本文使用的数据为我国的沪深 300 指数及其股指期货连续价格指数的收盘价格,并对数据进行进一步的处理得到沪深 300 指数的对数收益率及基于此指数的股指期货的对数收益率即 $r_{st} = \ln p_{st} - \ln p_{st-1}$ ($r_{ft} = \ln p_{ft} - \ln p_{ft-1}$), 样本的期间为 2010 年 4 月 19 日到 2012 年 3 月 16 日,样本的统计描述如表 1 所示。

从样本的描述中我们可以看出,无论是现货收益率还是期货收益率的偏度值都为负可知他们的分布都呈左偏,峰度值都大于 3 说明收益分布具有厚尾的特征,而 JB 值比较大显示收益率序列的分布并不是正态分布,高阶的 Q 值表明收益序列不存在自相关,ADF 的检验表明收益时间序列都是平稳的。

(三) 协整关系的检验

在做协整关系的检验时,我们采用的是 Sultan and

表 1 收益时间序列的统计量描述

	均值	标准差	偏度	峰度	JB 值	Q(24)	ADF 值
沪深 300 指数	-0.000 53	0.014 95	-0.316 21	4.411	46.343*	28.272	-22.218*
股指期货合约	-0.000 59	0.015 463	-0.119 67	4.984	77.396*	31.835	-23.430*

a: 数据来源于大智慧; b: *, **, *** 分别表示在 1%、5%、10% 显著水平下; c: ADF 检验未包含截距和趋势项。

Hasan^[8]的方法, 该模型最早是由 Sims(1972)提出的, 即在 E-G 两步法的方程中考虑一个两边分布的滞后模型, 我们在这只考虑前后一周内两个市场的相互影响:

$$S_t = \alpha_0 + \sum_{i=-5}^5 \beta_i F_{t-i} + u_t$$

其中, S_t 为现货价格的对数, F_{t-i} 为期货价格的对数。

表 2 S、F 的平稳性检验

	ADF 值	临界值	平稳性
S	-1.584 24	-2.867 55	非平稳
ΔS	-21.883 1	-2.867 56	平稳
F	-1.582 64	-2.867 55	非平稳
ΔF	-22.924 5	-2.570 04	平稳

从检验的结果来看现货指数价格与期货指数价格是非平稳的时间序列, 协整等式的残差是平稳的, 可知现货指数价格与期货指数价格是存在协整关系, 这与上面的分析是相符合的。而两个市场既然存在着协整关系, 那么根据协整理论我们应该在模型引入误差修正项。由于误差修正项代表了现货指数价格与指数的期货价格之间长期均衡关系的短期偏离, 而短期的偏离又会引起套利交易从而影响到现货指数价格和期货指数价格的变动, 进一步又会影响到两个市场的收益率, 因此考虑把误差修正项作为两个市场收益率的公共影响因素加入到均值方程当中是合理的。

根据 Lee^[6]的研究, 他认为误差修正项在现货指数与期货指数每天的运行中包含着大量的信息, 而这些信息量不但会影响到他们的收益率还会影响到条件方差, 因此将误差修正项加入到方差方程中也是必要的。从上面的分析来看既然误差修正项能影响到两个市场的收益率, 那么必然也能影响到两个市场的波动性。基于以上分析我们可以考虑使用 Copula-GARCH-X 模型来估计最优动态套期保值比率。

(四) Copula-GARCH-X 模型的估计结果

对于该模型的估计我们采用两阶段法: 第一步, 我们通过参数的显著性及极大似然值来确定使用正态的 GARCH 模型来估计现货市场和期货市场收益率序列, 即选用正态的 GARCH 模型来作为边缘分布函数,

得出该模型的残差并对残差进行标准化, 然后将标准化的序列进行概率积分变换得到两个新的序列。由于正态 Copula 函数具有经济含义明确、易于计算等优点, 而且可以较好的描述通常情况下金融时间序列间的相关关系, 因此这里选用时变相关的二元正态的 Copula 函数来描述现货市场和期货市场的相关关系。第二步就是使用时变相关的二元正态的 Copula 函数对新的序列进行估计。估计的相关结果如表 4 所示。

首先进行边缘分布的估计, 在边缘分布估计中我们采用一元的正态 GARCH-X 模型进行估计, 从参数的结果来看, 虽然在均值方程中误差修正项的系数不够显著, 但是在均值方程中还是显著的。其次对残差生成标准化序列然后进行概率的积分变换得出两个新序列, 运用 Matlab 程序来估计 Copula 函数形成的相关系数, 得到的相关系数及动态套期保值比率分别如图 1 和图 2 所示。

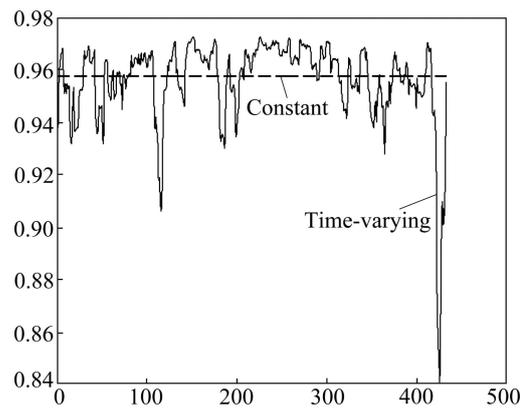


图 1 基于正态 Copula 函数的时变相关系数

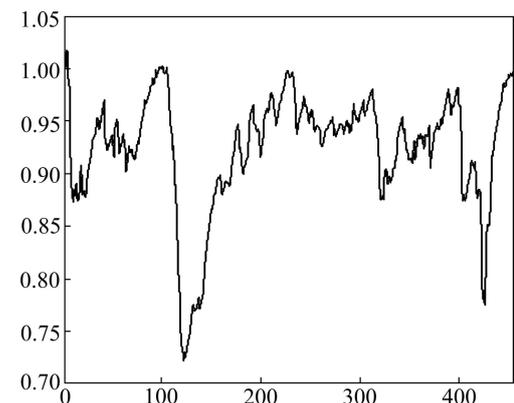


图 2 基于 Copula 函数的动态套期保值比率

表3 参数估计及协整关系的检验

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
α	0.084 890*	0.020 493	4.142 384	0.000 0
β_{-3}	-0.015 094	0.022 856	-0.660 384	0.509 4
β_{-2}	-0.032 511	0.022 791	-1.426 464	0.154 4
β_{-1}	0.064 949*	0.022 842	2.843 353	0.004 7
β_0	0.918 520*	0.022 877	40.150 38	0.000 0
β_{+1}	0.028 228	0.022 850	1.235 359	0.217 4
β_{+2}	-0.011 681	0.022 764	-0.513 116	0.608 1
β_{0+3}	0.017 279	0.022 833	0.756 749	0.449 6
R-squared	0.997 177			
ADF	-7.143 557*			

a: *、**、***分别表示 1%、5%、10%的显著水平; b: ADF 检验中 S 、 F 有截距项和没有趋势项, u 未包含截距项和趋势项.

表4 边缘分布的参数估计

RS			RF		
参数	参数值	标准差	参数	参数值	标准差
α_0	0.000 212	0.000 678	β_0	-1.77E-05	0.000 716
λ_s	-0.576 732*	0.140 230	λ_r	-0.118 850	0.148 200
c_s	5.79E-06**	2.76E-06	c_r	5.95E-06**	2.66E-06
α_s	0.004 862	0.012 518	α_r	0.007 903	0.012 435
b_s	0.952 257*	0.020 634	b_r	0.939 545*	0.019 142
δ_s	0.093 775**	0.045 028	δ_r	0.212 762**	0.086 171
Log likelihood	1 289.154		Log likelihood	1 274.506	

*、**、***分别代表 1%、5%、10%的显著水平.

三、套期保值有效性的检验

为了比较直观的判断套期保值的效果, 本文采用 Ederington (1979)提出的一个比较常用测度指标 HE 来进行衡量:

$$HE = 1 - \frac{Var(U) - Var(H)}{Var(U)} = \frac{Var(H)}{Var(U)}$$

其中, $Var(U)$ 表示未进行套期保值交易资产组合收益率的方差, $Var(H)$ 表示进行了套期保值交易资产组合收益的方差。该指标越大表明该套期保值比率进行套期保值时资产组合收益率的方差越小, 这也意味着该资产组合的波动性小, 其套期保值的效果越好(见表 5)。

表 5 中 U_h 、H-Total、H-ECM、H-GARCH、H-GARCH-X、H-Copula-GARCH-X 分别表示未进行套期保值、套期保值比率为 1、使用 ECM 模型估计的套

表5 不同套期保值比率的套期保值效果比较

	Mean (10^{-5})	Var (10^{-5})	HE (%)
U_h	-52.97	22.334	
H-Total	5.850	2.556	88.55
H-ECM	0.398	2.395	89.28
H-GARCH	1.084	2.437	90.09
H-GARCH-X	-1.861	2.289	90.75
H-Copula-GARCH-X	-0.494	2.300	90.70

期保值比率、使用 GARCH 模型估计的套期保值比率、使用 GARCH-X 模型估计的套期保值比率、GARCH-X 模型结合 Copula 函数估计的套期保值比率的资产组合。

从表 5 的结果来看, 未进行套期保值交易资产组合的收益率明显存在比较大的方差, 表明通过套期保值交易能够部分程度地减少或者消除现货资产的风险。而在套期保值的资产组合中, 动态套期保值模型 GARCH、GARCH-X 模型以及使用 Copula 函数结合 Copula-GARCH-X 模型估计的动态套期保值比率要比

静态套期保值模型 ECM 模型的套期保值效果要好, 而且是套期保值的绩效得到了比较大的改善, 这也表明基于风险最小化原则下使用动态模型估计的套期保值比率最优。

在动态套期保值模型中, 考虑了误差修正项作用的 GARCH-X 模型和的 Copula-GARCH-X 模型估计效果要比没有在方差中考虑误差修正项影响的 GARCH 模型的估计效果要显著的好。值得注意的是, 虽然 Copula 函数在理论上比较完美, 但是我们的实证结果表明在 HE 指标下结合 Copula 函数的 Copula-GARCH-X 模型的套期保值效果并不如无 Copula 函数的 GARCH-X 模型。

四、结论

考虑到误差修正项即因素 X 对波动性的影响, 本文构建了计算沪深 300 股指期货最佳套期保值比率的 GARCH-X 模型和结合 Copula 函数的 Copula-GARCH-X 模型来估计, 并依据风险最小化原则对套期保值的有效性进行了检验和对比。

研究结果显示: GARCH-X 模型和 Copula-GARCH-X 模型可以科学合理的计算出沪深 300 股指期货的最佳套保比率, 从参数的估计来看因素 $X(u_{t-1})$ 的系数都比较显著; 在套保效果上, 动态套期保值比率的效果要好于静态套期保值比率的效果, 考虑误差修正项的 GARCH-X 模型和 Copula-GARCH-X 模型的套保效果显著优于未考虑误差修正项的 GARCH 模型, 但是 Copula-GARCH-X 模型的套保效果并不优于

未结合 Copula 函数的 GARCH-X 模型。本文的研究表明, 无论是从理论上还是从实证的结果来看, 在计算沪深 300 股指期货的最佳套保比率过程中, 将误差修正项引入方差方程中都是非常科学合理的。

参考文献:

- [1] Kroner and Sultan. Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1993(28): 535-551.
- [2] 彭红枫, 叶永刚. 基于修正的 ECM-GARCH 模型的动态最优套期保值比率估计及比较研究[J]. 中国管理科学, 2007(10): 29-35.
- [3] 梁斌, 陈敏, 缪柏其, 吴武清. 我国股指期货的套期保值比率研究[J]. 数理统计与管理, 2009(1): 143-151.
- [4] Hsu C C, Wang Y H, Tseng C P. Dynamic hedging with futures: A copula-based GARCH model [J]. Journal of Futures Markets, 2008(6): 156-168.
- [5] Gabriel J. Power and Dmitry V. Vedenov. The Shape of the Optimal Hedge Ratio: Modeling Joint Spot-Futures Prices using an Empirical Copula-GARCH Model[C], NCCC-134 Conference, St. Louis, Missouri, April 21-22, 2008.
- [6] 赵家敏, 沈一. 股指期货最优套期保值比率——基于 Copula-GARCH 模型的实证研究[J]. 武汉金融, 2008(5): 21-24.
- [7] Lee. Spread and volatility in spot and forward exchange rates [J]. Journal of International Money and Finance, 1994(27): 1053-1078.
- [8] Jahangir Sultan, Mohammad S Hasan. The effectiveness of dynamic hedging: Evidence from selected European stock index futures [J]. The European Journal of Finance, 2008(6): 469-488.

Research on the Dynamic Hedging Ratio and Effectiveness of CSI 300: Based on Copula-GARCH-X model application

DAI Xiaofeng, HE Zheng, TANG Weiwei

(Finance and Statistics School of Hunan University, Changsha 410079, China)

Abstract: Hedging is an important function of futures to reduce the risks. Hedging ratio and the effectiveness of hedging are the core factors of modern hedging theory. In order to improve the hedge ratio estimation method, this paper combined with the technology of Copula and GARCH model, mainly based on the CSI 300 index and stock index futures as a sample to study the two major issues: hedge ratio and the effectiveness of hedging. Research results show that using the dynamic model for the estimation of optimal hedging ratios is the best based on the risk minimization principle.

Key Words: CSI 300; Dynamic Hedging Ratio; Dynamic Hedging Effectiveness; Copula-GARCH-X Model

[编辑: 汪晓]